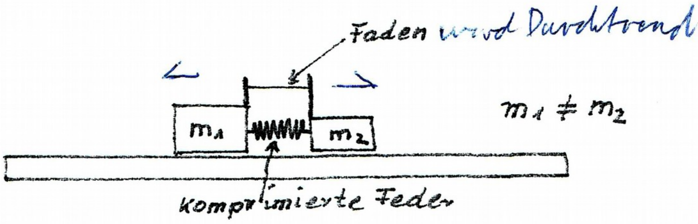
V. Impuls

1. Der Impulserhaltungssatz

Einführender theor. Versuch:



$m_1 \neq m_2$

3. Newton'sches Gesetz: $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$

und mit 2. Newton : $m_1 \cdot \vec{a_1} = -m_2 \cdot \vec{a_2}$ (1)

Bei Multiplikation von (1) mit Δt (Annahme: während der Zeit Δt sind die Kräfte konstant ; $\Delta v / \Delta t = \bar{a} =$ mittlere Beschleunigung) und unter Berücksichtigung von $v_1(0) = v_2(0) = 0$ erhält man:

$$m_1 \cdot \vec{V_1} = -m_2 \cdot \vec{V_2}$$

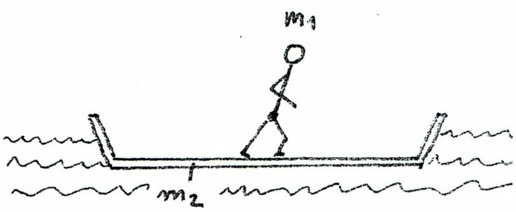
Definition: Unter dem Impuls $\vec{p}$ eines Körpers der Masse m, der sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt , versteht man die Vektorgröße

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad [P] = 1 kg \cdot \frac{m}{s} = 1 Ns$$

Die Erweiterung des Ergebnisses auf ein System, bei dem der Gesamtimpuls zu Beginn und am Ende gleich war, liefert den Impulserhaltungssatz:

> In einem abgeschlossenem System bleibt der Gesamtimpuls erhalten
>
> $$m_1 \cdot \vec{V_1} + m_2 \cdot \vec{V_2} + \ldots + m_n \cdot \vec{V_n} = \vec{P}$$

Beispiel: Ein Boot ruht auf dem Wasser. Eine Person mit der Masse m_1 geht im Boot nach vorn. Ihre Geschwindigkeit relativ zum Wasser beträgt $\vec{v_1}$. Was geschieht mit dem Boot ?



	Impuls der Person	Impuls des Bootes	Gesamtimpuls
Zustand der Ruhe	$\vec{V_1} = m_1 \cdot 0 = 0$	$\vec{V_2} = m_2 \cdot 0 = 0$	$\vec{P} = 0$
Zustand der Bewegung	$m_1 \cdot \vec{V_1}$	$m_2 \cdot \vec{V_2}$	$m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}$

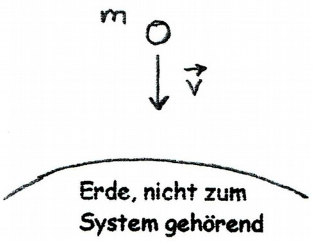
Der Gesamtimpuls bleibt konstant $\Rightarrow m_1 \vec{V_1} + m_2 \vec{V_2} = 0$

Oder $\vec{V_2} = -\frac{m_1}{m_2} \cdot \vec{V_1}$ d.h. das Boot bewegt sich nach hinten.

Seine Geschwindigkeit relativ zum Wasser beträgt: $V_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot V_1$

Der Impulssatz im nicht abgeschlossenem System

Im nicht abgeschlossenem System bleibt der Gesamtimpuls nicht konstant.



Der Körper bildet ein nicht abgeschlossenes System, weil er von außen, von der Erde beeinflusst wird.
Der Impuls wächst immer mehr an.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{g} \cdot t \,; \quad \vec{p} \sim t$$

$$\vec{p} = k \cdot t \quad \text{mit} \quad k = m \cdot g = \vec{F}_g$$

$$\vec{p} = \vec{F} \cdot t \quad \text{oder} \quad \Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

⇒ Verallgemeinerung des 2. Newton'schen Gesetzes :

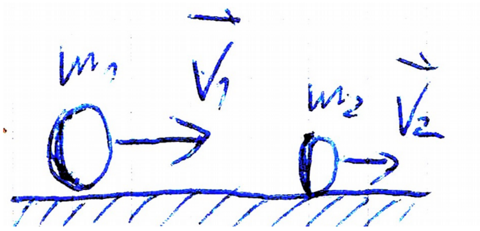
$$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}}$$

Verallgemeinerung des 1.Newton'schen Gesetzes:

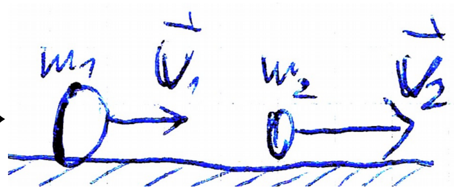
„Ein Körper behält seinen Impuls bei, wenn keine Kraft auf ihn wirkt"

2. Der vollkommen elastische zentrale Stoß

Elastischer Stoß bedeutet, dass keine Energie in innere Energien umgewandelt wird. Zentral bedeutet, dass sich die Stoßpartner vor und nach dem Stoß auf ein und derselben Geraden bewegen.



Elastischer Stoß →



Gesucht wird eine Gleichung zur Berechnung von U_1 bzw. U_2 in abhängigkeit von m_1,m_2,V_1,V_2.

Es gilt der **Energieerhaltungssatz**: $1/2 m_1 V_1^2 + 1/2 m_2 V_2^2 = 1/2 m_1 U_1^2 \; 1/2 m_2 U_2^2$ (1)
Der **Impulssatz** liefert: $m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2$ (2)

Aus (1) folgt: $m_1(V_1^2 - U_1^2) = - m_2(V_2^2 - U_2^2)$ (3)
Aus (2) folgt: $m_1(V_1 - U_1) = - m_2(V_2 - U_2)$ (4)
Division von (3) durch (4) $V_1 + U_1 = V_2 + U_2$ (2)
$\Rightarrow \; U_2 = V_1 + U_1 - V_2$

m1V1 + m2V2 = m1U1 + m2(V1+U1-V2)
m1V1 + m2V2 – m2V1 + m2V2= u1(m1+m2)
m1V1 + m2(2*V2-V1) = u1(m1+m2)

$$\Rightarrow \quad U_1 = \frac{m_1 * V_1 + m_2 * (2 V_2 - V_1)}{m_1 + m_2}$$

Indirectes vertauscht: $$\Rightarrow \quad U_2 = \frac{m_2 * V_2 + m_2 * (2 V_1 - V_2)}{m_1 + m_2}$$ FS: 19

Spezialfälle:

1. $m_1 = m_2 = m$

$$U_1 = \frac{m * V_1 + m * (2 V_2 - V_1)}{2m}$$

$\Rightarrow U_1 = V_2$ bzw: $U_2 = V_1$

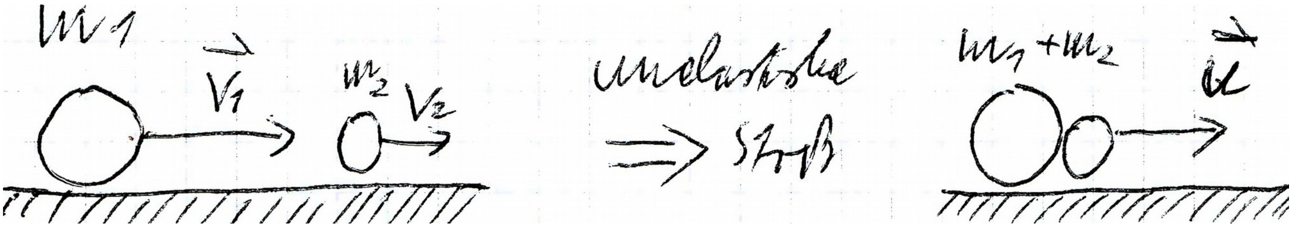
d.h.: Die Beiden Stoßpartner **tauschen** bei gleicher Masse ihre **Geschwindigkeit** aus.

2. $m_2 \longrightarrow \infty$

$$\lim m_2 \rightarrow \infty \quad U_1 = \left(\frac{m_1 * V_1 + m_2 (2 V_2 - V_1)}{m_1 + m_2} \right) = \lim m_2 \rightarrow \infty \left(\frac{\frac{m_1}{m_2} * V_1 - \frac{m_2}{m_2} V_1}{\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_2}} \right) = -V_1$$

$\Rightarrow U_1 = -V_1$

3. Der volkommen zentrale unelastische Stoß



Unelastisch bedeutet: Nach dem Stoß giebt es (normalerweise) nur einen gemeinsamen Körper der Masse m_1+m_2 und der Geschwindigkeit U.
Ein Teil der mechanischen Energie wird dabei in die Verformungsarbeit der Körper gesteckt. Der Energieerhaltungssatz bezüglich E_{kin} gilt jetzt nicht mehr.

Impulssatz: $m_1V_1 + m_2V_2 = U(m_1 + m^2)$

$$U=\frac{m_1 V_1+m_2 V_2}{m_1+m_2}$$

Spezialfälle:

1. $m_1 = m^2 = m$: $U=\frac{mV_1+mV_2}{2m}=\frac{V_1+V_2}{2}$

Ist $V_2 = -V_1 \Rightarrow U=0$
d.h. die gesamte Energie wird in Verformungsarbeit gesteckt

2. $m^2 \rightarrow \infty$

$$\lim m_2 \rightarrow \infty \quad U=\frac{\frac{m_1}{m_2}*V_1+\frac{m_2}{m_2}*V_2}{\frac{m_1}{m_2}+\frac{m_2}{m_2}} = V_2$$