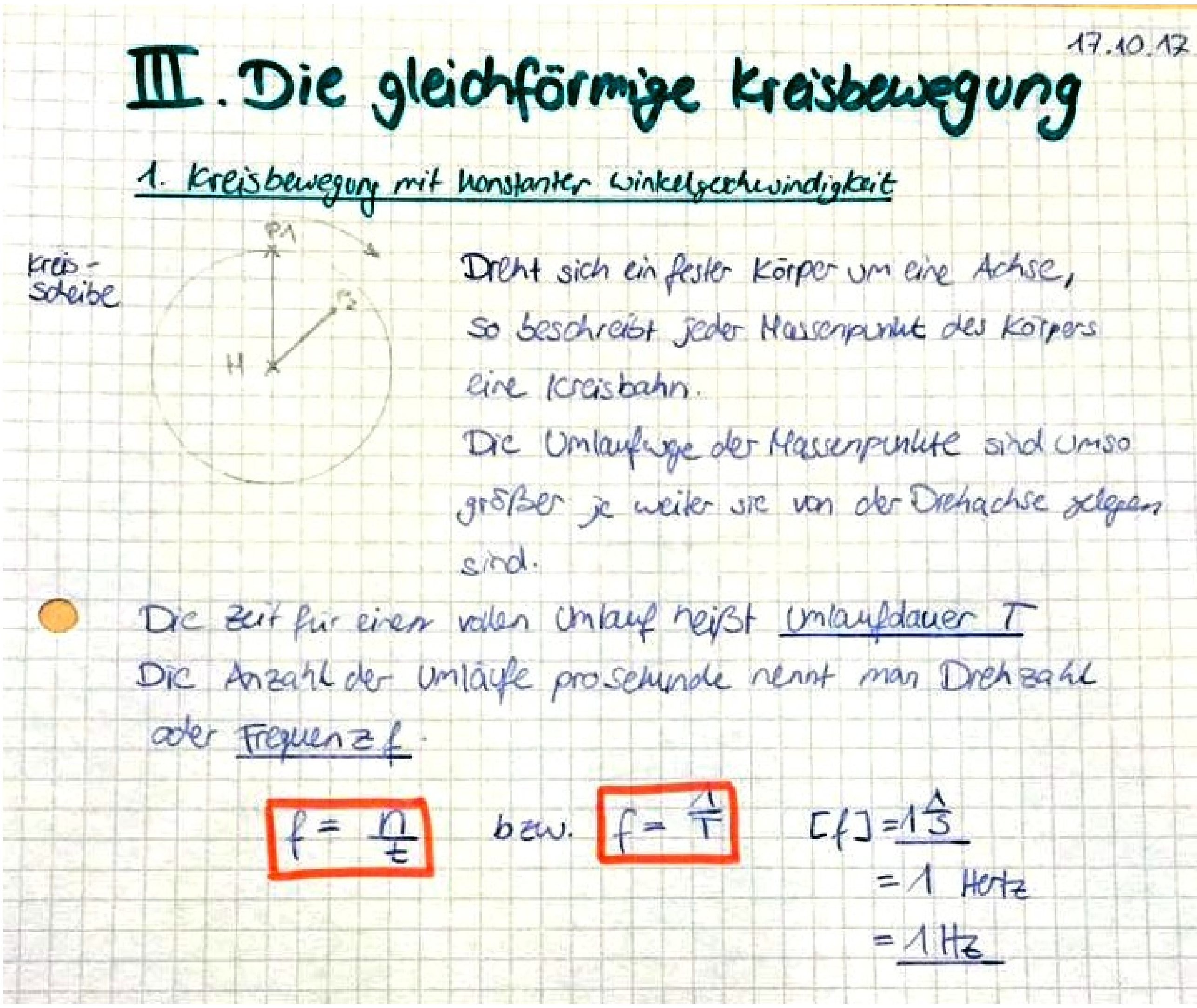
Röm. 3 Die gleichförmige Kreisbewegung

1.



III. Die gleichförmige Kreisbewegung

17.10.17

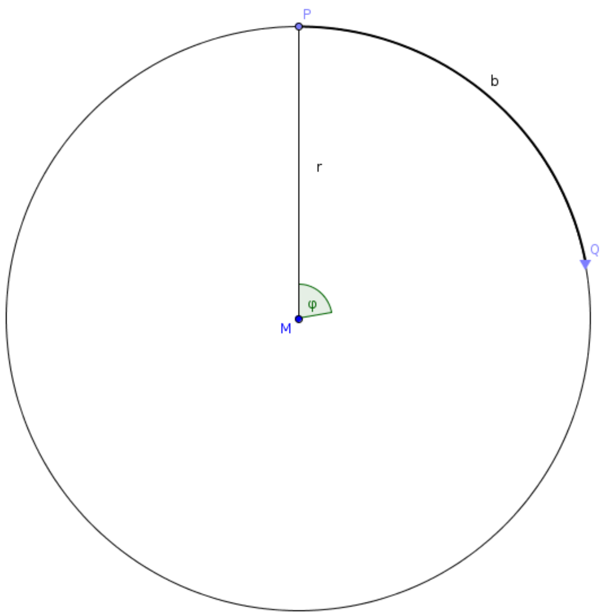
1. Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit

Dreht sich ein fester Körper um eine Achse, so beschreibt jeder Massenpunkt des Körpers eine Kreisbahn.
Die Umlaufwege der Massenpunkte sind umso größer je weiter sie von der Drehachse gelegen sind.

Die Zeit für einen vollen Umlauf heißt Umlaufdauer T
Die Anzahl der Umläufe pro Sekunde nennt man Drehzahl oder Frequenz f.

$\boxed{f = \frac{n}{t}}$ bzw. $\boxed{f = \frac{1}{T}}$ $[f] = 1\frac{1}{s}$
$= 1$ Hertz
$= 1\,Hz$

Die Winkelgeschwindigkeit



Der Fahrstral $\overline{MP}$ überstreicht im gleichen Zeitabschnit Δt gleiche drehwinkel φ

Bogenmaß des Winkels φ:

$$\varphi = \frac{b}{r}\ rad$$

$\Rightarrow$ $b = r * \varphi$

Während der Zeit T wird der Bogen b = 2π r durchlaufen.

Verhältnis Teildrehung zu ganzem Umlauf:

$$\frac{b}{2\pi r}=\frac{r*\varphi}{2\pi r}=\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{t}{T}$$

$$\varphi=\frac{2\pi}{T}*t$$

In $t=T$ wird der Winkel 2 π überstrichen.

In $t=1s$ wird der Winkel $\frac{2\pi}{T}$ überstrichen.

⇒ Definiton **Winkelgeschwindigkeit ω** („Omega“):

„ω ist der vom Fahrstral überstrichen Winkel, dividiert durch die dazu benötigte Zeit“

$$\boxed{\omega=\frac{2\pi}{T}} \qquad \boxed{\omega=2\pi*f}$$

alg.: $\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

[ω] = 1/s

Die Bahngeschwindigkeit

Der Zurückgelegte Weg s eines Massenpunktes ist der Bogen b

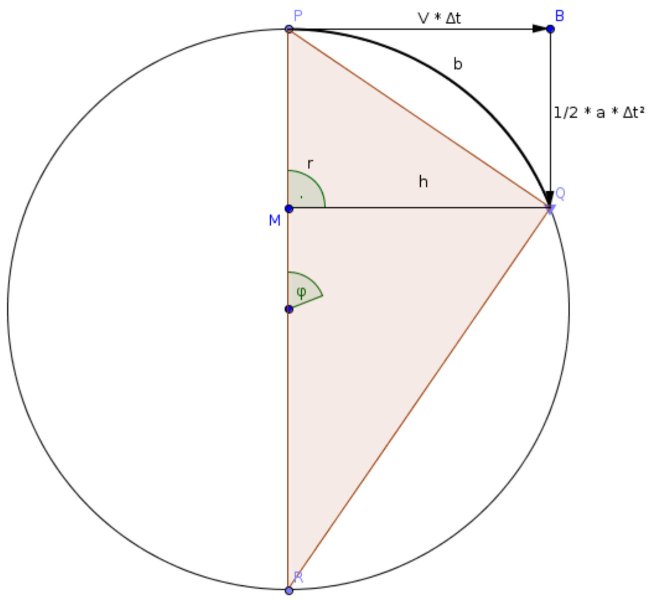
(1) $b=S=r*\varphi$

(2) $\varphi=\frac{2\pi}{T}*t=\omega*t$

(3) $V=\frac{S}{t}$

(1) und (2) in (3): $V=\frac{r*\varphi}{t}=\frac{r*\omega*t}{t}=r*\omega$

$$\boxed{V=r*\omega=\frac{r*2\pi}{T}}$$



Die Zentralbeschleunigung

* ohne Einfluss eines 2. Vektors würde sich P mit v = Konstant bewegen und in der Zet Δ t den Weg $\overline{PS}$ zurücklegen.

* Infolge eines Beschleunigungsvektors „durchfällt“ der Massenpunkt die Strecke $\overline{SQ}=\frac{1}{2}*a*\Delta t^2$

* Der Massenpunk gelangt nach Q;
  Q liegt auf dem Kreis;
  → PQR ist ein rechtwinkliges Dreieck

* Im rechtwinklig Dreieck gilt der Hähensatz:

  „Das Produkt aus den Hypothenusen-abschnitten ist gleich den Quadrat der Höhe.“

$$\overline{PH} * \overline{HR} = \overline{HQ}^2 = \overline{PS}^2$$
$$\frac{1}{2} * a * \Delta t^2 \left(2r - \frac{1}{2} * a * \Delta t^2\right) = (V * \Delta t)^2$$
$$a * r - \frac{1}{4} a^2 * \Delta t = V^2$$

für sehr kleine Δt ist das Glied mit Δt² vernachlässigbar klein, so das gilt:

$a * r = V^2$ bzw $a = V \frac{2}{r}$ Radialbeschleunigung

mit konstant $v = \omega * r$ ⇒ $\boxed{a_Z = r * \omega^2}$ Bahngeschwindigkeit

Merke:

Die glechförmige Kreisbewegung ist beschleunigt, die Richtung des Beschleunigungsvektors zeigt immer zum Kreismittelpunkt hin ($a_Z = -\omega^2 * \vec{r}$). Der Betrag des Geschwindigkeitsvektors bleibt Konstant seine Richtung ändert sich aber Ständig.