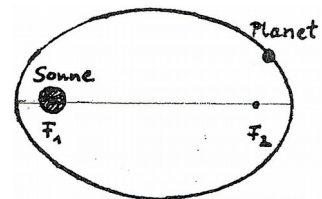


# VI. Das Gravitationsfeld

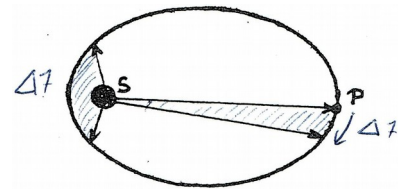
## 1. Die Keplerschen Gesetze

Auf Grund umfangreicher Messungen von Tycho de Brahe legte Kepler (1571 — 1630) seine drei Gesetze über die Planetenbewegungen fest.

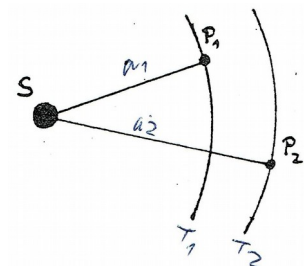
**1. Gesetz:** Jeder Planet umkreist die Sonne auf einer Ellipsenbahn, in der ein Brennpunkt die Sonne steht



**2. Gesetz:** Der Fahrstrahl eines Planeten (Verbindungsline Planet-Sonne) überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. Daraus folgt, dass sich ein Planet in Sonnennähe schneller bewegt als in der Sonnenferne (ungleiche Jahreszeiten).



**3. Gesetz:** Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die 3. Potenzen ihrer mittleren Entfernungen vom Sonnenmittelpunkt.



$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$



$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$



$$\frac{T_n^2}{a_n^3} = C$$

Die Konstante  $C$  ist für alle Körper, die um dasselbe Zentralgestirn kreisen, gleich.

Berechnung von  $C_s$ :

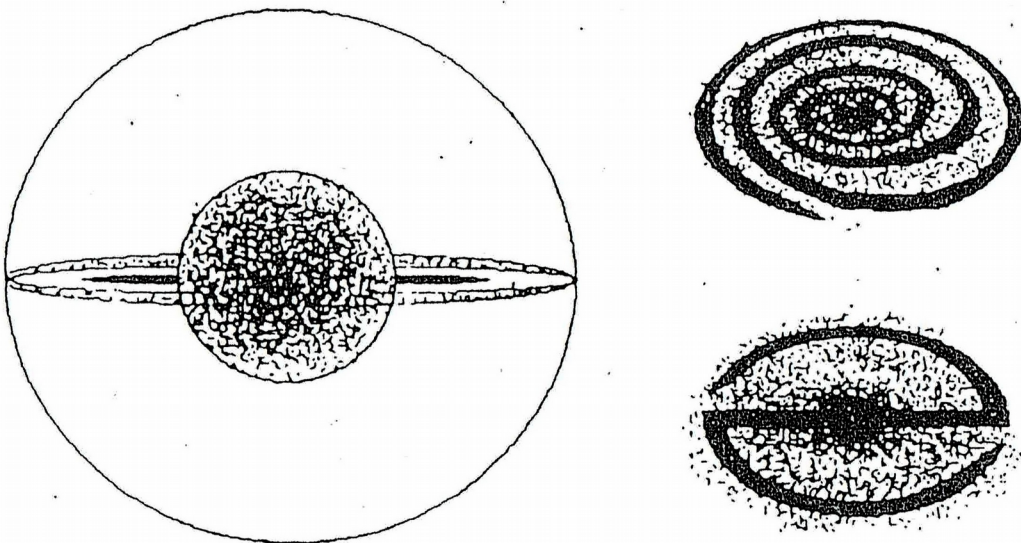
$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{(1a)^2}{(1,496 \cdot 10^8 \text{ km})^3} = \frac{(31536000 \text{ s})^2}{(1,496 \cdot 10^{11} \text{ m})^3} = 2,97 \cdot 10^{-19} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

# Modernes Weltbild

1. Kein Punkt des Weltalls ist dadurch ausgezeichnet, daß er als ruhender Mittelpunkt angesehen werden könnte.  
( Albert Einstein (1879-1955) : Relativitätstheorie )
2. Die Sonne gehört mit ihren Planeten zur Milchstraße, die ca. 200 Mrd. selbstleuchtende Sterne (Sonne) enthält.

Die Milchstraße hat die Form einer Linse (Seitenansicht); der größte Durchmesser unserer spiralförmigen Galaxis beträgt etwa 100 000 Lichtjahre (LY). Das galaktische Zentrum besteht aus einem schwarzen Loch mit mindestens 4 Mio. Sonnenmassen in einer Kugel mit mindestens 12 Mio. km Radius. Es ist von einer kugelförmigen Anordnung sehr junger Sterne umgeben, deren Durchmesser etwa 30 000 LY beträgt. Die ungefähr 700 LY dicke Spiralgalaxis ist von einem kugelförmigen Halo sehr alter Kugelsternhaufen umgeben.

Unsere Sonne kreist in einem Abstand von etwa 32 600 LY mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 246 km/s um das Spiralzentrum und braucht für einen Umlauf etwa 250 Mio. Jahre.



3. Das bisher mit Hilfe von Teleskopen erfaßte Universum enthält ungefähr 100 Mrd. bis 200 Mrd. milchstraßenähnliche Galaxien.

Das Universum ist etwa <sup>14</sup> ~~10~~ Mrd. bis ~~20~~ Mrd. Jahre alt und dehnt sich gegenwärtig aus. Die Fluchtgeschwindigkeiten der Galaxien sind um so größer, je weiter die beobachteten Galaxien von der Milchstraße entfernt sind. Die Größe des Universums wird im Durchmesser auf 20 Mrd. bis 40 Mrd. LY geschätzt.

## Wichtige Daten:

- Grenze des Sonnensystems:
  - Oortsche Wolke , durchschnittlich 1 LY von der Sonne entfernt  
( 80 Lichtstunden bis 500 Lichttage )
  - Reisedauer für die Raumfähre Pioneer : 1 Mio. bis 10 Mio. Jahre
  - Reisedauer für Pioneer bis Pluto : 17 Jahre
  - Reisedauer für Voyager II bis Neptun : 12 Jahre
- nächste Sonne:
  - $\alpha$  - Centauri , ca. 4 LY von uns entfernt
- nächste Mini-Galaxien:
  - Große Magellansche Wolke , ca 130 000 LY entfernt
  - Kleine Magellansche Wolke , ca 170 000 LY entfernt , Supernova 1987
- nächste große Galaxis:
  - Andromedanebel ( M 31 ) , ca 2 Mio. LY entfernt
- Lebenszyklus unserer Sonne:
  - ca 10 Mrd. Jahre insgesamt
  - gegenwärtiges Alter: 4,9 Mrd. Jahre
  - Ende: Roter Riese , Weißer Zwerg , kein Schwarzes Loch

## Weitere Begriffe:

- Neutronenstern:
  - ausgebrannte Sonne , bei der wegen des fehlenden Strahlungsdrucks nach außen - es wird keine Fusionsenergie nach außen abgeführt - die Gravitation nach innen zu so großer Materiedichte geführt hat, daß die Elektronen der Hülle der Atome nach innen in den Atomkern gestürzt sind und sich mit den positiv geladenen Protonen zu neutralen Neutronen vereinigt haben. Statt Atome gibt es nur noch elektrisch neutrale Atomkerne.
- Pulsar:
  - sehr schnell rotierender Neutronenstern mit extrem großem Magnetfeld , dessen magnetische Pole im Sekundenrhythmus zur Erde zeigen , sodaß wegen der schnellen Rotation große Energien pulsartig im Radiowellenbereich zur Erde geschickt werden.
- Quasar:
  - extrem strahlendes helles Objekt , ca 2 bis 12 Mrd. LY entfernt , mit oft mehr als 90 % Lichtgeschwindigkeit sich von uns wegbewegend ; wahrscheinlich explodierende Galaxis , die um ein schwarzes Loch kreist . Helligkeit ; oft mehr als 1000 mal heller als unsere Galaxis , Größe : oft nur einige Lichtstunden (Größe eines Planetensystems)



## 2. Das Gravitationsgesetz von Newton (1643 – 1727)

### 2.1 herleitung aus der Kreisbahn eines Planeten

Es muss eine Zentralkraft wirksam sein

$$F_z = m_{pl} * r * \omega^2 = m_{pl} * r * \frac{4\pi^2}{C * r^3}$$

mit  $T^2 = C * r^3$

$$\Rightarrow F_z = m_{pl} * r * \frac{4\pi^2}{C * r^3}$$

$$F_z = \frac{4\pi^2}{C} * m_{pl} * \frac{1}{r^2}$$

Diese Gleichung lässt sich wie folgt interpretieren:

a) Die Zentralkraft wird durch die Anziehungskraft  $F_{\text{Grav}}$  der Massen erzeugt.  
(Die Tatsache, dass sich Massen gegenseitig anziehen, bezeichnet man als Gravitation)

b) Für diese Kraft  $F_{\text{Grav}}$  gilt:

$$* F_{\text{grav}} \sim 1/r^2$$

$$* F_{\text{grav}} \sim m_{\text{Pl}}$$

$$* F_{\text{grav}} \sim M \quad (M = \text{Masse des Zentralkörpers da } F_{\text{grav}} \text{ eine Wechselwirkungskraft ist)}$$

So erhält man:  $F_{\text{grav}} \sim M * m_{\text{Pl}} * 1/r^2$   
bzw.:  $F_{\text{grav}} = G * M * m_{\text{Pl}} * 1/r^2$

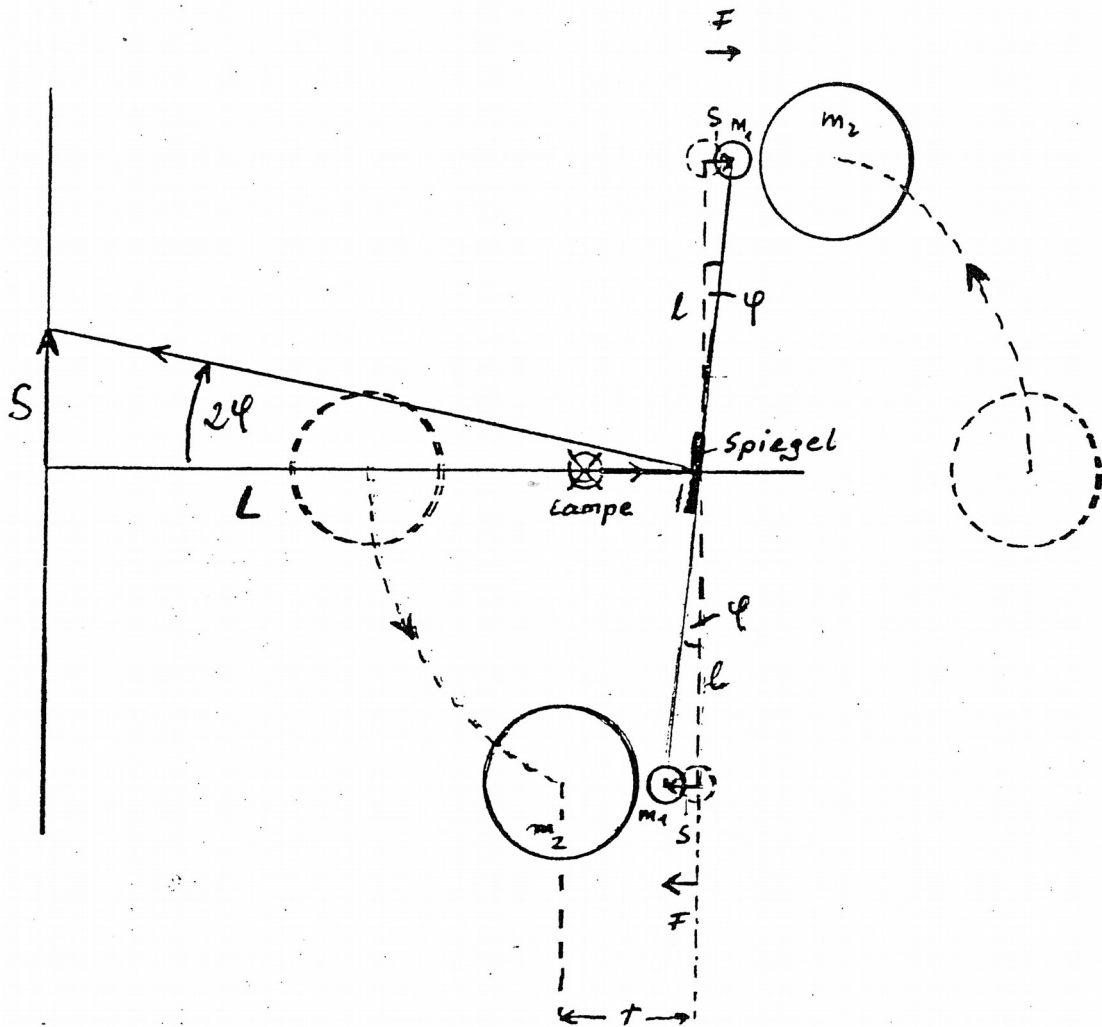
oder alg.:  $F_{\text{Grav}} = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$  Gravitationsgesetz v Newton 1686

G = universelle Gravitationskonstante  
 $m_1, m_2$  = Massen der die in Wechselwirkung sind  
r = Abstand der Massen

$$G = (6,674\ 08 \pm 0,000\ 31) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2},$$



## 2.2 Bestimmung der Gravitationskonstante G mit der Gravitationsdrehwage (nach Cavendish)



$$\left. \begin{array}{l} \text{Mit } \tan 2\varphi = \frac{s}{L} \\ \text{und } \tan \varphi = \frac{s}{2l} \end{array} \right\} \frac{s}{L} = \frac{2s}{2l} \quad \left( \text{für kleine Winkel gilt: } \tan 2\varphi = 2 \tan \varphi \right)$$

$$\text{oder } s = \frac{S \cdot l}{2L}$$

$$\text{Beschleunigte Bewegung: } s = \frac{1}{2} a t^2 ; \quad a = \frac{2s}{t^2} ;$$

$$m_1 \cdot a = G \frac{m_1 m_2}{r^2} ; \quad G = \frac{a \cdot r^2}{m_2}$$

Genauere Messungen haben ergeben:

$$G = 6,670 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

## 2.3 Das Gravitationsfeld

### Definition:

In der Physik bedeutet „Feld“ immer einen Raum, in welchem bestimmte Kräfte wirken (man spricht also vom Gravitations—, vom elektrischen oder vom magnetischen Feld)

Wünschenswert ist eine Größe, welche die Stärke des Feldes in einem bestimmten Punkt des Raumes beschreibt.

Diese Größe soll nicht von der Masse ( im elektrischen Fall: von der Ladung) des Probekörpers abhängen!

Es zeigt sich, dass die folgende allgemeine Feldstärkedefinition

$Feldstärke = \frac{Feldkraft \vec{F}}{Probegröße}$  diese Bedingung erfüllt. Ganz offensichtlich ist die Feldstärke

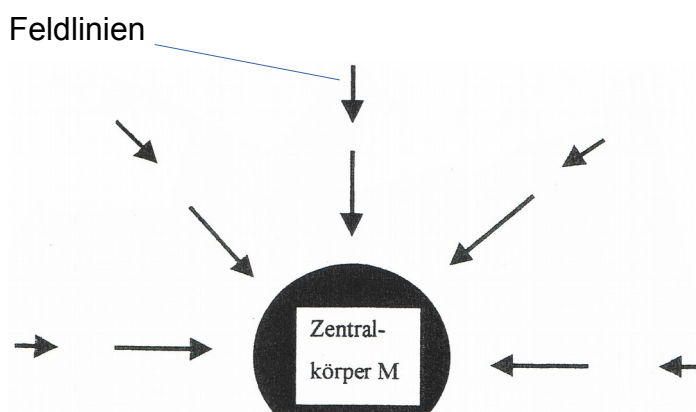
ein Vektor in Richtung der Feldkraft.

Definition der Gravitationsfeldstärke (feldbeschreibende Größe):

Gravitationsfeldstärke:  $\vec{g} = \frac{Gravitationskraft \vec{F}}{Masse m \text{ eines Probekörpers}} = \frac{\vec{F}_{grav}}{m}$

Es gilt demnach für deren Betrag:  $g = \frac{F_{grav}}{m} = \frac{G * \frac{mM}{r^2}}{m} = G * \frac{M}{r^2}$

Natürlich ist (gemäß dem 2. Newtonschen Gesetz) die Gravitationsfeldstärke  $g$  nichts anderes als die (ortsabhängige) Fallbeschleunigung in der entsprechenden Entfernung vom Schwerpunkt des Zentralkörpers, die ja bekanntlich nicht von der Masse des Probekörpers abhängt.

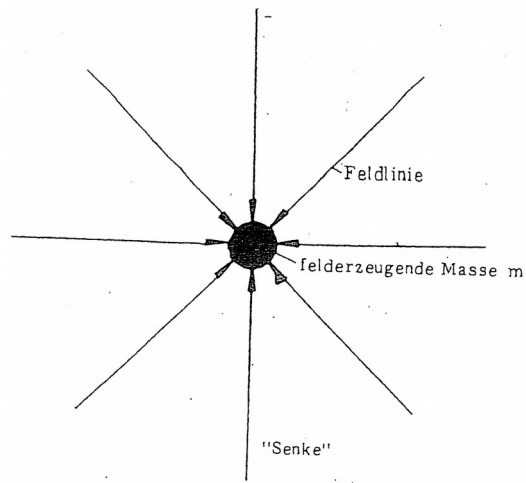


### Radialsymmetrisches Gravitationsfeld

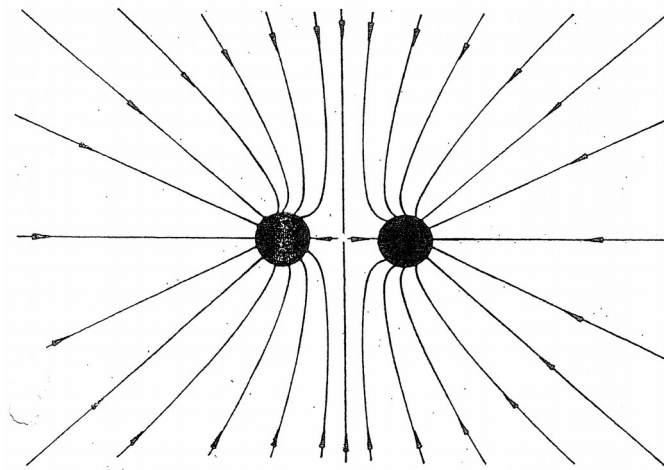
Punkte mit gleichem  $g$  liegen auf einer Kugelschale um den Zentralkörper

# Gravitations Feldlinienbilder

Graphische Veranschaulichung des Gravitationsfeldes einer isolierten Masse durch ein Feldlinienbild



Feldlinienverlauf eines Doppelsterns mit gleichgroßen Massen



Feldlinienverlauf des Systems Erde-Mond

