

Die Winkelgeschwindigkeit

Der Fahrstrahl \overline{MP} überstreicht im gleichen Zeitabschnitt Δt gleiche Drehwinkel φ

Bogenmaß des Winkels φ :

$$\varphi = \frac{b}{r} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow b = r * \varphi$$

Während der Zeit T wird der Bogen $b = 2\pi r$ durchlaufen.

Verhältnis Teildrehung zu ganzem Umlauf:

$$\frac{b}{2\pi r} = \frac{r * \varphi}{2\pi r} = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{t}{T}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} * t$$

In $t = T$ wird der Winkel 2π überstrichen.

In $t = 1\text{s}$ wird der Winkel $\frac{2\pi}{T}$ überstrichen.

\Rightarrow Definition **Winkelgeschwindigkeit ω** („Omega“):

„ ω ist der vom Fahrstrahl überstrichenen Winkel, dividiert durch die dazu benötigte Zeit“

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi * f$$

alg.: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

$$[\omega] = 1/\text{s}$$

Die Bahngeschwindigkeit

Der Zurückgelegte Weg s eines Massenpunktes ist der Bogen b

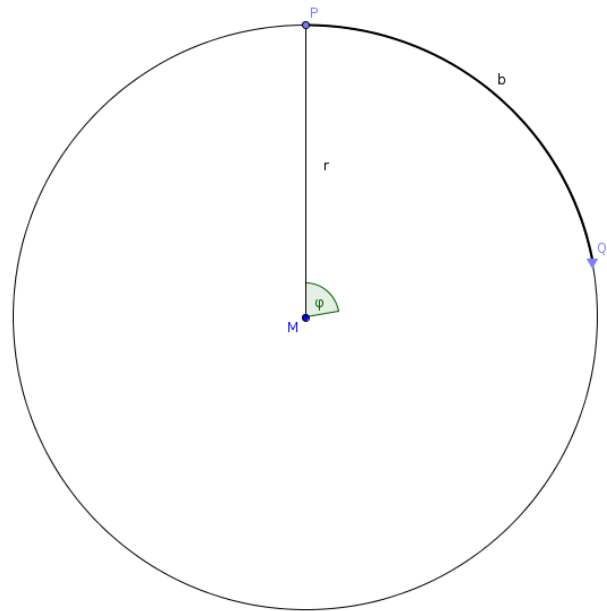
$$(1) \quad b = s = r * \varphi$$

$$(2) \quad \varphi = \frac{2\pi}{T} * t = \omega * t$$

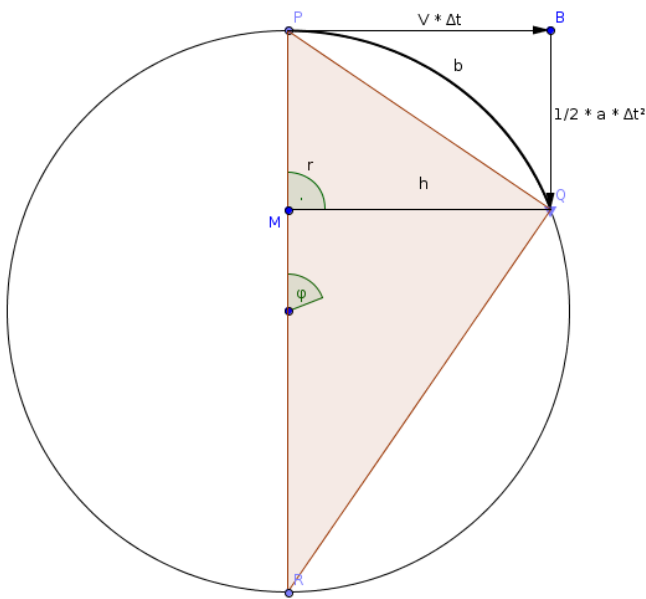
$$(3) \quad v = \frac{s}{t}$$

$$(1) \text{ und } (2) \text{ in } (3): \quad v = \frac{r * \varphi}{t} = \frac{r * \omega * t}{t} = r * \omega$$

$$v = r * \omega = \frac{r * 2\pi}{T}$$



Die Zentralbeschleunigung



* ohne Einfluss eines 2. Vektors würde sich P mit $v = \text{Konstant}$ bewegen und in der Zeit Δt den Weg \overline{PS} zurücklegen.

* Infolge eines Beschleunigungsvektors „durchfällt“ der Massenpunkt die Strecke $\overline{SQ} = \frac{1}{2} * a * \Delta t^2$

* Der Massenpunkt gelangt nach Q;
Q liegt auf dem Kreis;
→ PQR ist ein rechtwinkliges Dreieck

* Im rechtwinklig Dreieck gilt der Höhensatz:

„Das Produkt aus den Hypotenusenabschnitten ist gleich dem Quadrat der Höhe.“

$$\overline{PH} * \overline{HR} = \overline{HQ}^2 = \overline{PS}^2$$

$$\frac{1}{2} * a * \Delta t^2 (2r - \frac{1}{2} * a * \Delta t^2) = (v * \Delta t)^2$$

$$a * r - \frac{1}{4} a^2 * \Delta t = v^2$$

für sehr kleine Δt ist das Glied mit Δt^2 vernachlässigbar klein, so das gilt:

$$a * r = v^2 \text{ bzw. } a = v \frac{v}{r} \text{ Radialbeschleunigung}$$

mit konstant $v = \omega * r \Rightarrow a_z = r * \omega^2$ Bahngeschwindigkeit

Merke:

Die gleichförmige Kreisbewegung ist beschleunigt, die Richtung des Beschleunigungsvektors zeigt immer zum Kreismittelpunkt hin ($a_z = -\omega^2 * \vec{r}$). Der Betrag des Geschwindigkeitsvektors bleibt konstant seine Richtung ändert sich aber ständig.