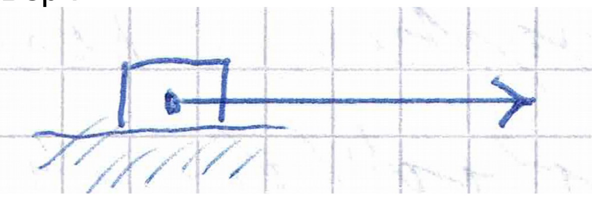
I. Geradlinige Bewegungsabläufe

1. Bewegung eines Massenpunktes

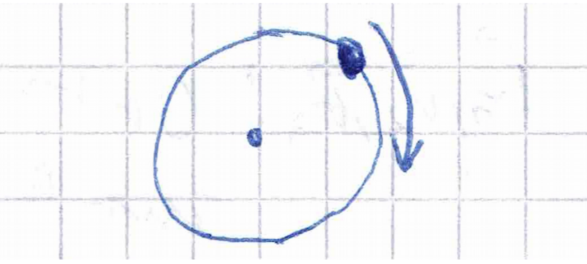
Ein Massenpunkt ist ein Körper, dessen Ausdehnung vernachläsigt werden kann.

Unter Bewegung eines Punktest, versteht man jede veränderung seines Ortes.

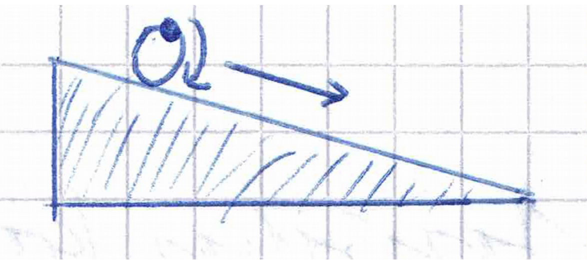
Bsp.:



Bewegung längs einer geraden
→ „Translation“



Bewegung um eine feste Achse
→ „Rotation“

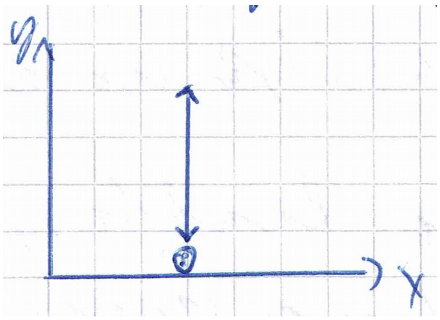
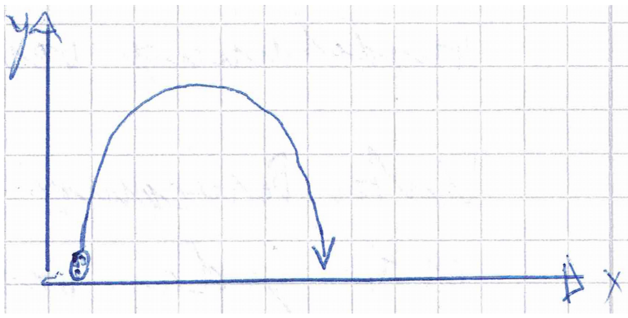


Kombination aus einer Translation
und einer Rotation

1.1. Bezugssystem und Ortsvektor

Die Bewegung eines Massepnpunktes, kann **rellational** (vom Bezugspunkt abhängig) oder **absolut** (vom Bezugssystem unabhängig) angenommen werden.

z.B.: Ein Ball wird in einem fahrenden Zug hochgeworfen. Je nach Standpunkt des Betrachters lassen sich verschiedene Bahnkurfen beobachten.

a) Beobachter im Zug	b) Beobachter am Bahndamm
	

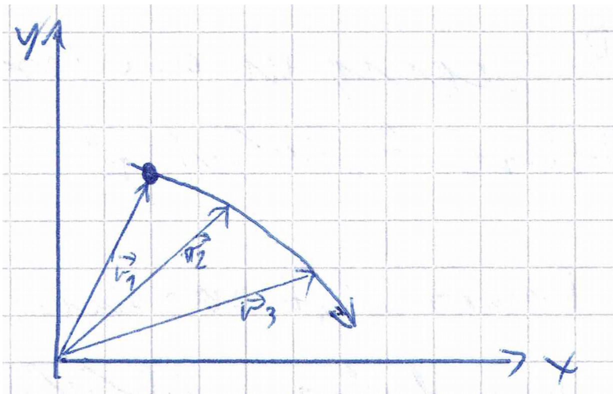
Hier: Bezugssystem = Kartesisches Koordinatensystem

Merke:

Das **Koordinatensystem**, in dem die Bewegung beobachtet wird, heist **Bezugssystem**

Ortsvektoren:

Beschreibt der Punkt eine Kurfe im Raum, so ist der zugehörige Ortsvektor eine Funktion der Zeit.



$\vec{r} = \vec{r}(t)$

in Abhängigkeit

→ der Körper bewegt sich

Definition Vektor und Skalar

Physikalische Größen die durch **Betrag und Richtung** angegeben werden, sind **Vektoren.**

→ Orts-, Geschwindigkeits-, Kraftvektoren usw.

Physische Größen, die **nur** durch die Angabe eines **Maases** vestgelegt sind, heisen **Skalare-Größen.**

→ Arbeit, Zeit, Masse, …

$$\boxed{W = F * s = 10N * 10m = 100J}$$

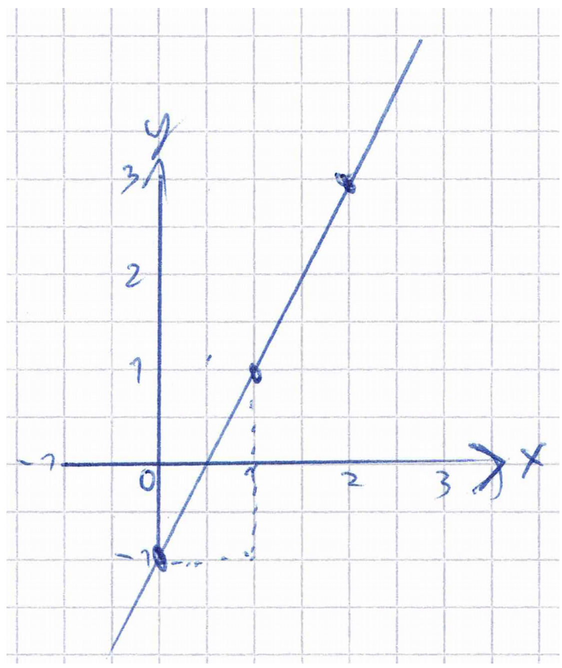
1.2. Mathematische Grundlagen

Lineare Funktionen   y=*f*(x)

y = m * x + t   m = Steigung der Gerade

t = y-Achsenabschnitt

Bsp.: y = 2*x -1



2. Sonderfälle

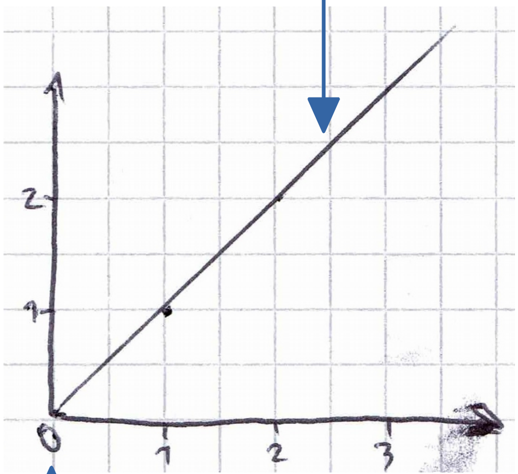
1) Direkt Proportional

t = 0; m = K = Konstant

⇒ y = K * x ⇒ bzw. y ~ x

Man sagt: y ist **direkt proportional** zu x

Uhrsprungs(halb)gerade



Uhrsprung

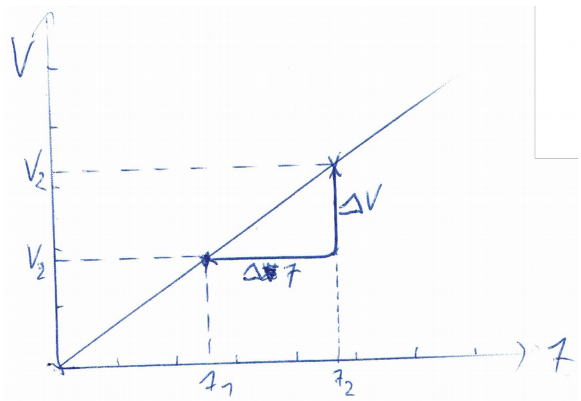
Das **Kenzeichen** der **dierekten Proportionalität** ist die Ursprungsgerade

Bsp. 1:

V = g * t

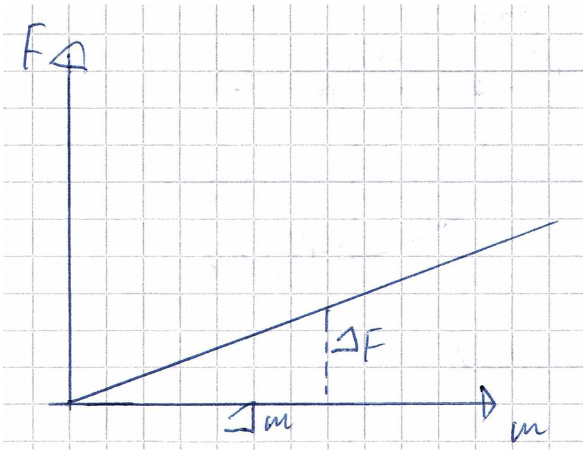
Geschwindigkeit = Ortsvaktor * Zeit

Steigung der Geraden:



m = k = $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = g$

Bsp. 2:



1. Ursprungsgerade
2. → Kenzeichen hier direkt Proportinal

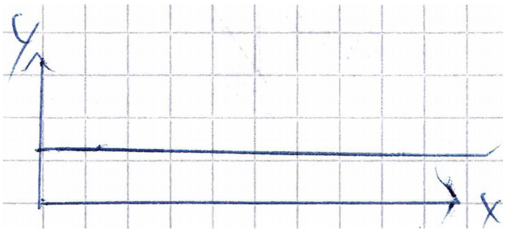
$F \sim m$

$F = \downarrow K * m$

$F = \frac{\Delta F}{\Delta m}$

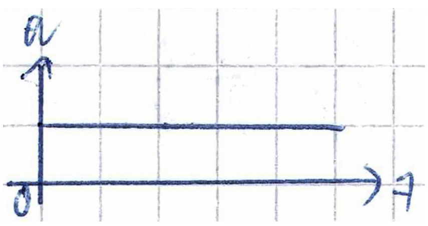
2) Konstante Funktionen

m = 0; t = Konstant



Bsp aus der Phüsik:

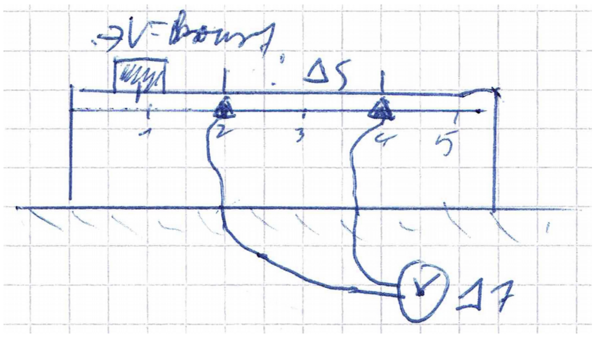
Geradlinige Bewegung mit Konstanter Geschwindigkeit



$a_{(t)} = a_0$

a = Beschleunigung

Versuchaufbau:

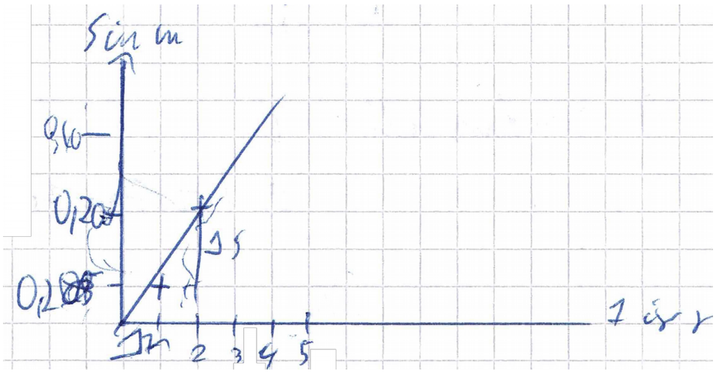


Messprotokoll:

S in m	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80
T in s	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00
$\frac{s}{t}$ in $\frac{m}{s}$	–	0,20	0,20	0,20	0,20

Grafische Auswertung:

t ~ s Diagram: x ~ y



Eigenschaft: Ursprungsgerade
⇒ s ~ t bzw S=k*t

$$k=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{0{,}60m}{3s}=V$$

= Geschwindigkeit des Wagens

$V=\frac{s}{t}=K$ = Konstant (sihe Messkontrolle)

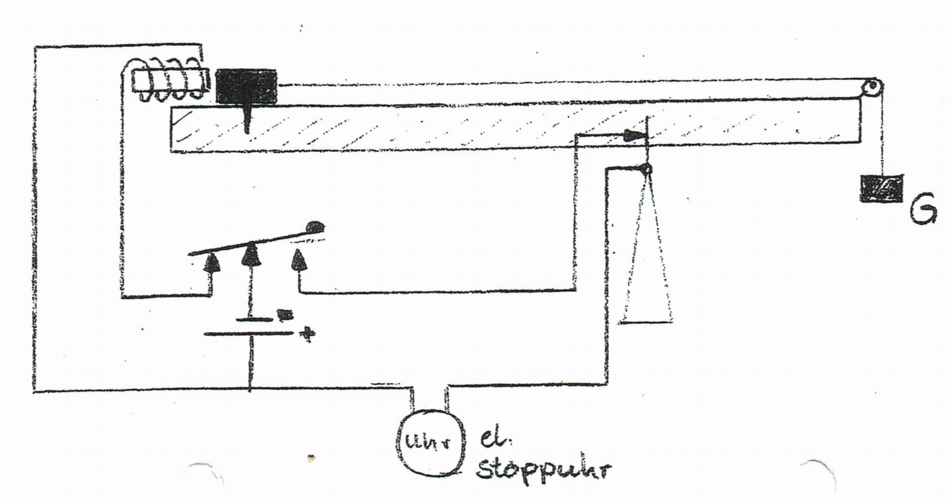
$$1\,km/h=1\frac{1000\,m}{3600\,s}=1\frac{1}{3{,}6}\approx 0{,}278\frac{m}{s}$$

Merke:

Die Formel $V=\frac{s}{t}$ eignet sich nur dann zur berechnung der Geschwindigkeit, wenn eine gleichförmige Bewegung forliegt. D.h. wenn eine wenn die Geschwindigkeit während des gesamten Weges unferändert bleibt.

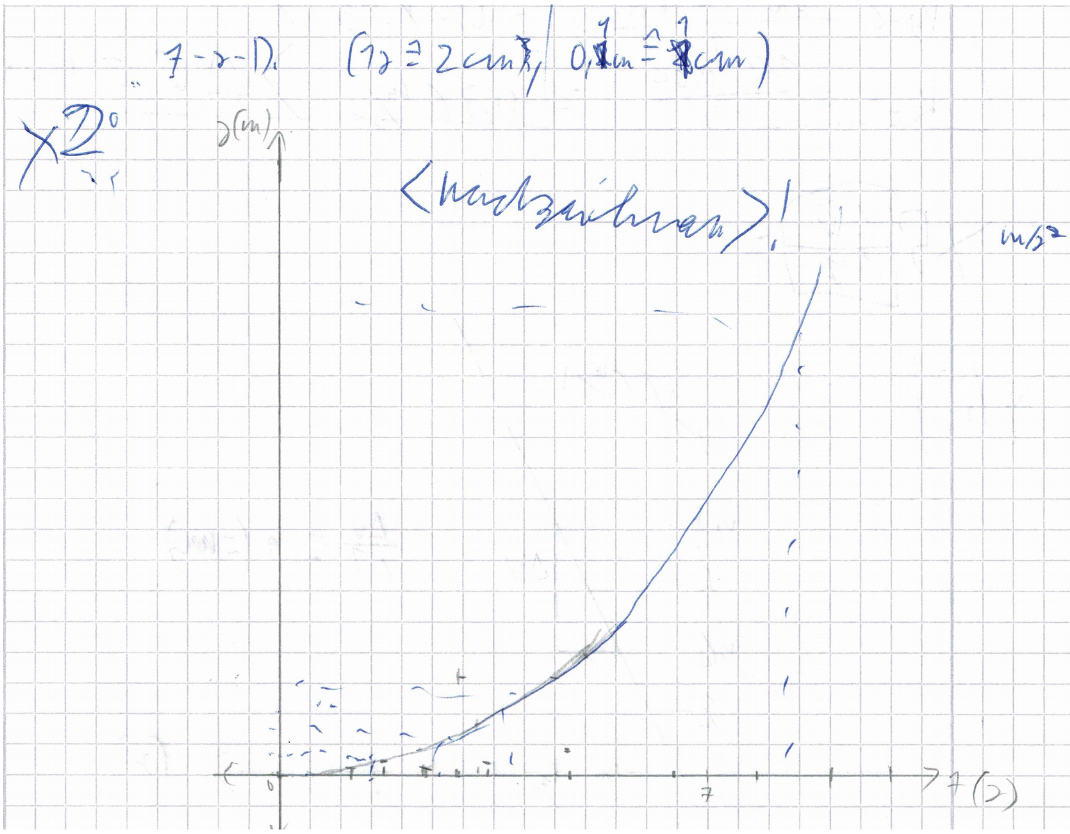
Das Ergebnis einer Aufgabe ist zu überprüfen auf:
.- Gültige Ziffer
(Das Ergebnis kann nur so genau sein wie die ungenaueste Angabe)
- Plausibilität
- Einheitskontrolle

3. Geradliniege Bewegung mit Konstanter Beschleunigung



Messprotokoll:

S in m	0	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
T in s	0	1,2	1,7	2,38	3,23	3,9	4,5	50
$\frac{s}{t^2}$ In m/s²	-	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04



Je nach wahl des Zeitabschnits ∇t erhalten wir verschiedene werte, für den Qoutienten $\frac{\nabla s}{\nabla t}$. Dieser Qoutione ist hier die mittlere geschwindigkeit $\overline{V}$ im Zeitintervall.

Aus dem t-s-Diagramm erhält man:

aus Lehrerdiagram:

T in s	1	2	3	4	5
S in m	0,04	0,16	0,36	0,64	1,0

Bilden der mittleren Geschwindigkeiten $\bar{V} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{\Delta t}$

$$\bar{V}_{0-1} = \frac{S(1s) - S(0s)}{\Delta t} = \frac{0{,}04\,m - 0\,m}{1s} = 0{,}04\,m/s$$

$$\bar{V}_{1-2} = \frac{S(2s) - S(1s)}{\Delta t} = \frac{0{,}16\,m - 0{,}04\,m}{1s} = 0{,}12\,m/s$$

$$\Delta \bar{V} = 0{,}08$$

$$V_{2-3} = \frac{0{,}36\,m - 0{,}16\,m}{1s} = 0{,}20\,m/s$$

$$\Delta \bar{V} = 0{,}08\,m/s$$

$$V_{3-4} = \frac{0{,}64 - 0{,}36\,m}{1s} = 0{,}28\,m/s$$

$$\Delta \bar{V} = 0{,}08\,m/s$$

$$V_{4-5} = \frac{1{,}0 - 0{,}64}{1s} = 0{,}36\,m/s$$

$$\Delta \bar{V} = 0{,}08\,m/s$$

$$\Delta \bar{V} = 0{,}08\,m/s$$

Die Zunahme der Mittleren Geschwindigkeit ist für gleiches ∇t geweils gleich groß. (im Rahmen der Messgenauigkeit)

$\frac{\nabla V}{\nabla t}$ = konstant = a; a = Beschleunigung

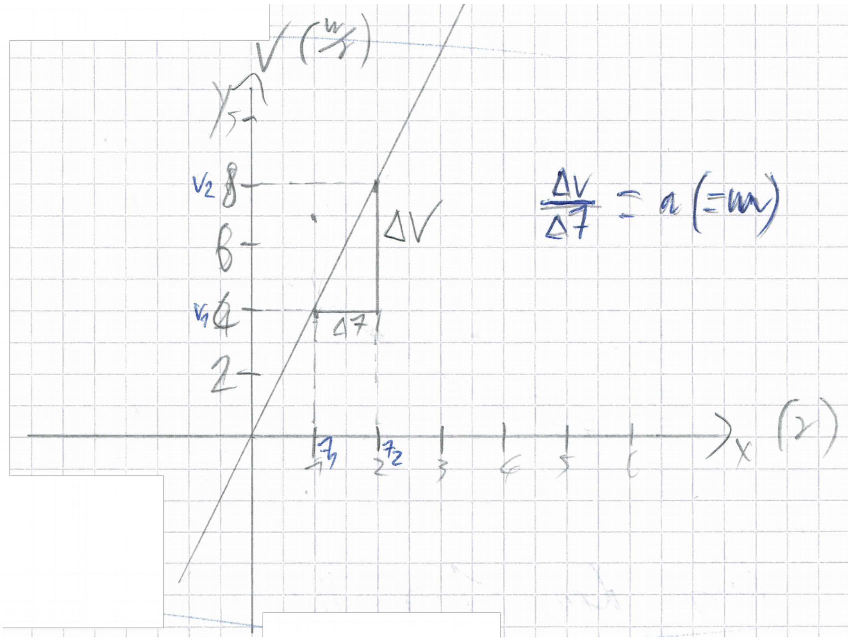
wird delta-t hinreichend klein gewählt, erhält mann nach Auflösung nach v
die Momentangechwindigkeit V(t)

$\longrightarrow$ $\boxed{v(t) = a * t}$ 1. Bewegungsgleichung

[a] = 1 m/s²

(4 m/s² bedeutet, dass die Geschwindigkeit pro Sekunde um 4 m/s zunimmt)

t-v-Diagramm



Abhängigkeit des Ortes von der Zeit

Aus dem t-v-Diagramm erkennt man:

Ein Körper kommt vom Start aus (t_1 = 0s) bis zum Zeitpunkt t_2 genausoweit, wie er gekommenwähre, wenn er sich im Zeitinterwall ∇t = t_1 – t_2 = t_2 mit der Mitlerne Geschwindigkeit $\overline{V}$ bewegt hätte.
$\overline{V}$ ist das arithmetische (rechnerische) Mittel aus v(0) und $v(t_2)$.

$$\overline{V}=\frac{v(0)+v(t_2)}{2}=\frac{V(t_2)}{2}$$

mit s = $s=\overline{V}*t_2$ ⇒ $s\frac{t_2}{2}*t_2$

und mit $v(t_2)=a*t_2$ ergiebt sich : $S(t_2)=\frac{a*t_2}{2}*t_2=½*a*(t_2)^2$

oder allg: $\boxed{s(t)=\frac{1}{2}*a*t^2}$ 2. Bewegungsgleichung

da a = Konstannt ist gilt: s~t² bzw. $\frac{s}{t^2}$ = Konst. (siehe Messprotokoll)

Abhängigkeit der Geschwindigkeit vom Weg

aus $v = a * t \Rightarrow t = v / a$ in die 2. Bewegungsglei einsetzen:

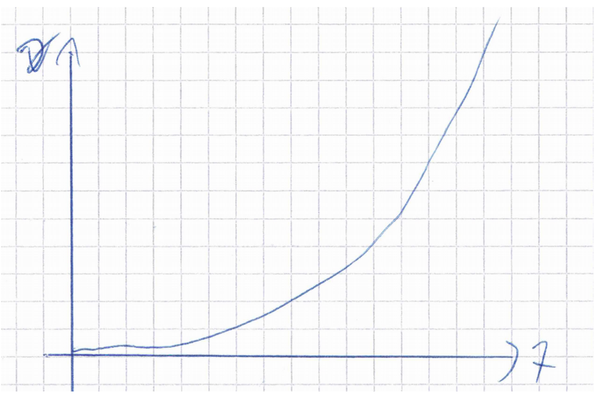
$$s = ½ * a * v^2 / a^2 = \frac{V^2}{a * 2}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{v(s) = \sqrt{2 * a * s}}$ 3. Bewegungsgleichung

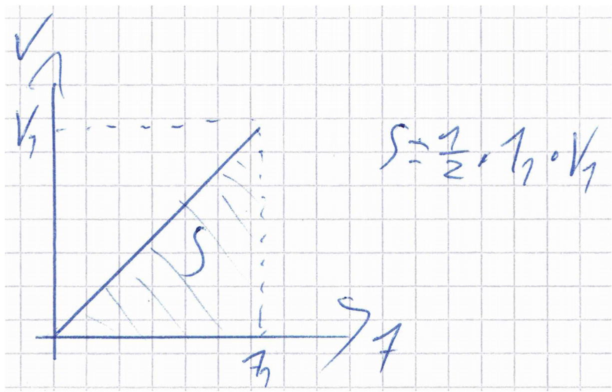
Zusammenfassung:

1. $\overline{V} = \frac{\nabla s}{\nabla t}$ = mittlere Geschwindigkeit
2. $V = v(t)$ = Momentngeschwindigkeit
3. $a = \frac{\nabla V}{\nabla t}$ = Beschleunigung [m/s²]
4. $v(t) = a * t$ [m/s]
5. $s(t) = 1/2 * a * t^2$ [m]
6. $v(s) = \sqrt{2as}$

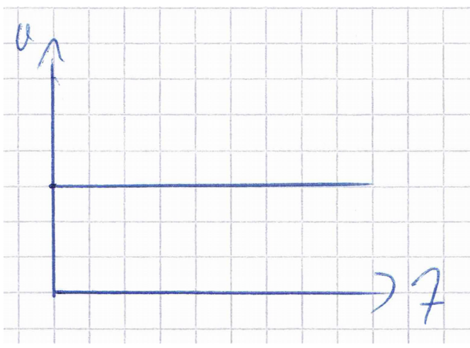
t-s-Diagramm:



t-v-Diagramm:

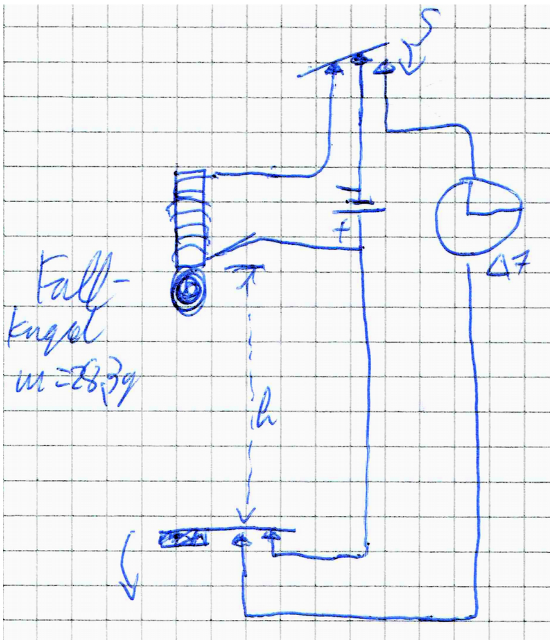


t-a-Diagramm:



4. Freier Fall

V: Bestimmung der Fallbeschleunigung



Messtabelle:

H in m		0,00	0,20	0,40	0,50	0,60
t in s		0,00	0,205	0,289	0,323	0,353
$\frac{2s}{t^2}$ In m/s²		-	9,5	9,6	9,6	9,6

Ergebnis $\frac{2s}{t^2}$ = Konstant = g im Rahmen der Messgenauigkeit
Idealwert; g = 9,81m/s²

Fallbeschleunigung ist am gleichen Ort für alle Körper Gleich.

Bewegungsgleichungen:

v(t) = g * t \
h(t) = ½ * g * t² > Anfangsbedingung für t = 0 gilt v = 0
v(a) = $\sqrt{2*g*h}$ /

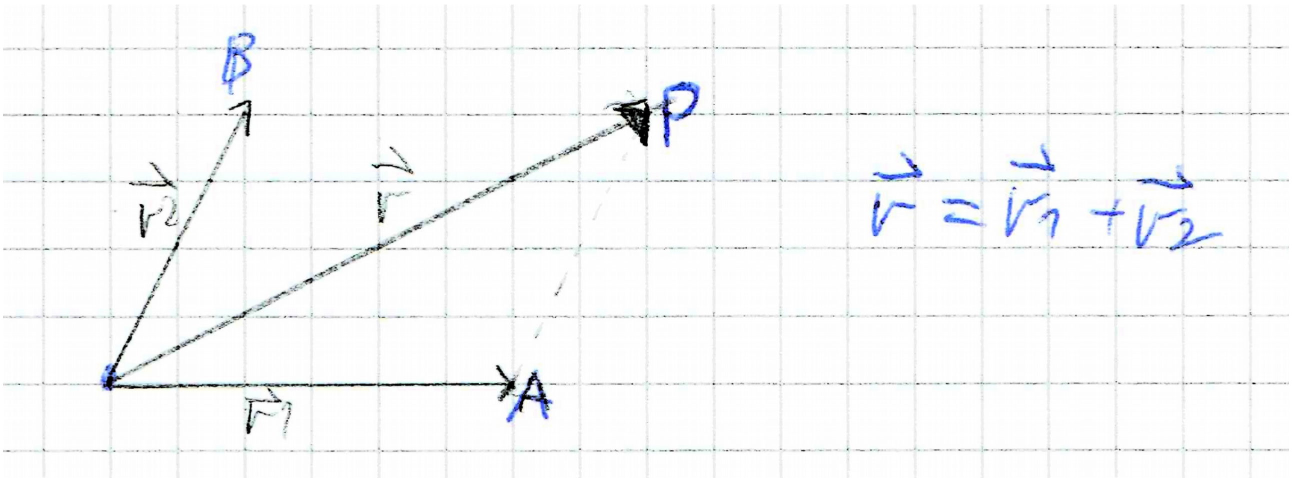
Die Fallbeschleunigung in mittlerer geografischer Breite und in nicht zu großen höhen über dem Erdboden beträgt g = 9,81m/s².

Die Bezihungen zu dem Freien fall gelten streng genommen nur für den Luftlehren Raum.

g_{pol} = 0,83 m/s²
$g_{Äqu.}$ = 9,78 m/s²

5. Überlagerung geradliniger Bewegungen

5.1 Prinzip der Unabhängigkeit der Bewegungen

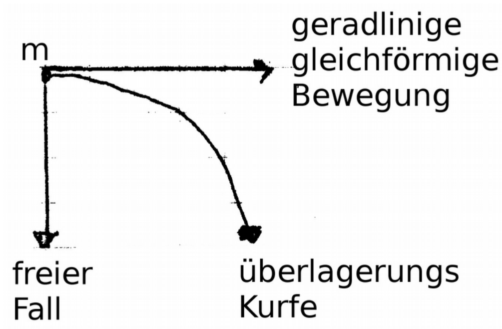


$\vec{r}$ wird mit der Geschwindigkeit $\vec{V}$ durchlaufen.

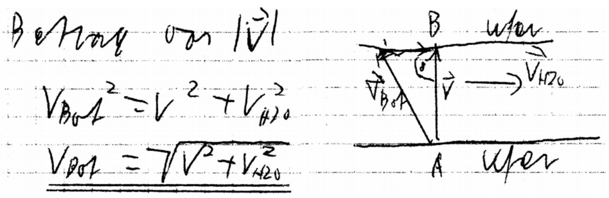
Aus: $\vec{r}=\vec{V}*t, \vec{r}_1=\vec{V}_1*t \, und \, \vec{r}_2=\vec{V}_2*t$
folgt: $\vec{V}*t=\vec{V}_1*t+\vec{V}_2*t$
$\Rightarrow \vec{V}=\vec{V}_1+\vec{V}_2$

Das prinzip der unabhängigkeit der Bewegung gilt nicht nur für Gleichförmige Bewegungen sondern immer dann wenn ein Massenpunkt gleichzeitig mehrere, auch beschleunigte Bewegungen ausführt.

z.B. wagrechter Wurf



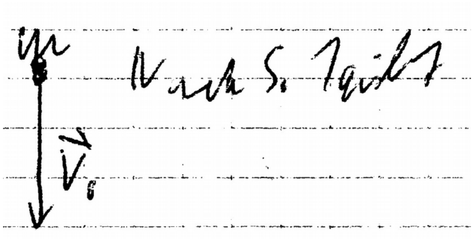
5.2 Abdrift



Bewegungen können mithlfe der Vekotradition beschrieben werden.

5.3 Der lotrechte Wurf abwärts

Bei dieser Bewegung führt ein Körper 2 Bewegungen gleichzeitig aus:
1. Die Bewegung mit dem Konstanten Geschwindsvektor $\vec{V}_0$
2. Die Fallbewegung mit dem veränderlichen Geschwindigkeitsvektor Vektor $\vec{V}(t)=\vec{g}*t$



Nach 5.1 gilt: $\vec{V}=\vec{V}_1+\vec{V}_2$

=> $\boxed{V(t) = V_0 + g * t}$
V_0 = Anfangsgeschwindigkeit

Für den zurückgelegten Weg gilt: $\vec{h}(t)=\vec{h}_1+\vec{h}_2(t)$

=> $\boxed{h(t) = V_0 * t + ½ *g * t^2}$

Ermittlung von V in Abhängigkeit von der Strecke h:

aus $\boxed{V(t) = V_0 + g * t}$ folgt: $\frac{V-V_0}{g}=t$

h = $\frac{V-V_0}{g}=t+\frac{1}{2}*g*(\frac{V-V_0}{g})=\frac{V_0*V-V_0^2}{g}+\frac{V^2-2VV_0+V_0}{2g}=\frac{2V_0*V-2V_0^2+V^2-2VV_0+V_0}{2g}$

h = $\frac{V^2-V_0^2}{2g}$; $2*g*h=V^2-V_0^2$

$V^2=V_0^2+2gh$

=> $\boxed{V(h)=\sqrt{V_0^2+2*g*h}}$

5.4 Der lotrechte Wurf aufwärts

Analog zu 5.3 gilt
1. $V(t)=V_0-g*t$
2. $h(t)=V_0*t-\frac{1}{2}*g*t^2$
3. $V(h)=\sqrt{V_0^2-2*g*h}$

Der Körper hat seine größte Höhe erreicht, wenn gilt:

$$V(t)=0, 0=V_0-g*t\,; g*t=V_0 \rightarrow Steigzeit\; t_s=\frac{V_0}{g}$$

Steighöhe: $h_s=V_0*t_s-\frac{1}{2}*g*t_s^2=\frac{V_0*V_0}{g}-\frac{V_0^2}{g^2}*\frac{1}{2}*g$

Aus dieser höhe h_s fällt dieser Körper anschließend frei herab.

Endgeschwindigkeit: $V_{Ende}=\sqrt{2*g*h_s}=\sqrt{2*g*[\frac{V_0^2}{2}*g]}=V_0$

→ h_steig = h_fall → V_steig = V_fall → t_steig → t_fall

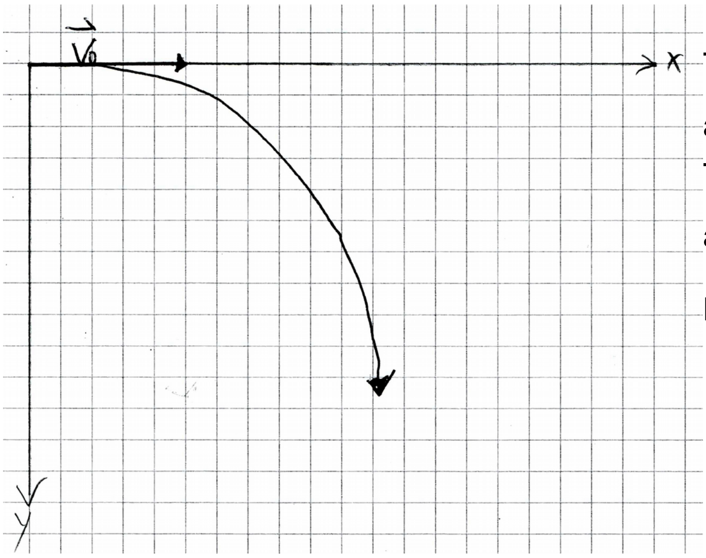
Fallzeit: $h=\frac{1}{2}*g*t^2 \rightarrow t=\sqrt{\frac{1*h_s}{g}}=\sqrt{\frac{2*V_0^2}{g*2g}}=\sqrt{\frac{V_0^2}{g^2}}=\frac{V_0}{g¿}t_s$

Die Geichungen für den lotrechten Wuf nach unten bzw. nach oben gelten streng genommen nur für den luftlehren Raum.
Sie gelten aber auch ganz algemein für die beschleunigre bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit.

I. $V(t)=V_0+a*t$
II. $s(t)=V_0*t+\frac{1}{2}*a*s$
III. $V(s)=\sqrt{v_0^2+2*a*s}$

5.5 Der waagrechte Wurf

Darstellung in einem geeigneten Koordinatensystem:



- in <u>x-Richtung</u>: gleichförmige Bewegung
  mit $V_x = V_0$ $x = V_0 * t$
  $a = 0$
- in <u>y-Richtung</u>: beschleunigte Bewegung
  mit $V_y = g * t$ $y = ½ * g * t^2$
  $a = g$

Herleitung der Bahnkurve:

1: $x = V_0 * t$

2: $y = ½ * g * t^2$

Aus 1: $t = \frac{x}{V_0}$ in 2:

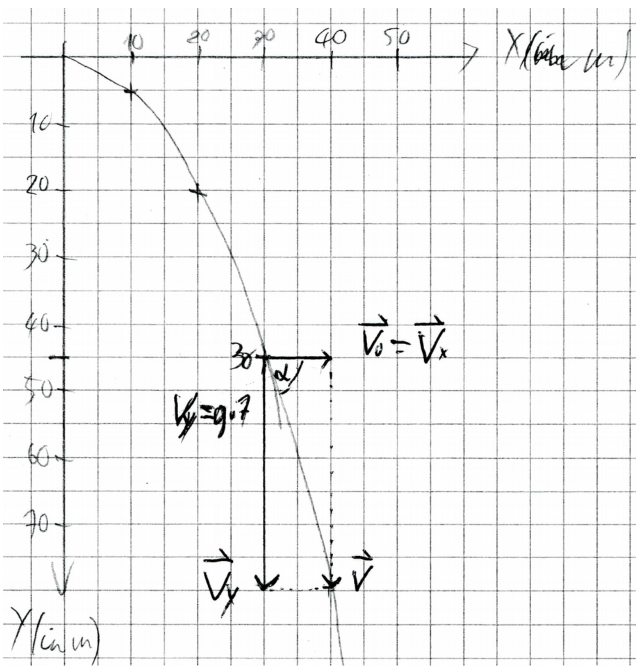
$$y = \frac{½ * g * x^2}{V_0^2} \; ; \quad y = \frac{g}{2 * V_0^2} * x^2 ;$$

$y = K * x^2$ → **Parabelbeschreibung**

Konstruktion der Wurfparabel:

geg: g = 10 m/s² ; V_0 10m/s

T in s	1	2	3	4
X in m	10	20	30	40
Y in m	5	20	45	80



Momentane Bahngeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{V_0^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 + g^2 * t^2}$$

Ist die durchfallene Höhe bekannt, so ergiebt sich für die Wurfweite X_w:

$$y = \frac{g}{2} V_0^2 * X_w^2 = h \;\text{->}\; x_w = \sqrt{2\frac{h}{g}} * V_0$$

Die Gleichungen gelten nur unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes.